

DISEQUAZIONI FRATTE

TIPO DI EQUAZIONE	COME SI RISOLVE
$\frac{N(x)}{D(x)} \geq 0$ <p>oppure</p> $< , \leq , >$	<p>Si studia <u>separatamente</u> il segno del numeratore e del denominatore.</p> <p>1) Studio il segno del Numeratore. Pongo $N(x) \geq 0$ e riporto i risultati sulla tabella dei segni</p> <p>2) Studio il segno del Denominatore. Pongo $D(x) > 0$ (ricorda che $D(x) \neq 0$) e riporto i risultati sulla tabella dei segni</p> <p>3) Studio il segno globale e scrivo le soluzioni</p>

Esempio n° 1

$$\frac{2x+1}{1+x} > 0$$

1) **Pongo $N(x) > 0$** . Voglio quindi studiare dove il polinomio è positivo.

$$2x + 1 > 0 \rightarrow x > -\frac{1}{2}$$

Nella tabella dei segni per $x > -\frac{1}{2}$ devo mettere dei +

2) **Pongo $D(x) > 0$** . Voglio quindi studiare dove il polinomio è positivo.

$$x + 1 > 0$$

Nella tabella dei segni per $x > -1$ devo mettere dei +

3) **Riporto le informazioni sulla tabella dei segni e stabilisco il segno di tutta la frazione algebrica.**

	-1	$-\frac{1}{2}$	
N			
D			
	+	-	+

Guardo cosa chiede l'esercizio. $\frac{2x+1}{1+x} > 0$ L'esercizio vuole sapere dove la frazione algebrica è positiva. Quindi la soluzione finale è

$$S: x < -1 \cup x > -\frac{1}{2}$$

Esempio n° 2

$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$

1) Pongo $N(x) > 0$. Voglio quindi studiare dove il polinomio è positivo.

$$x-5 > 0 \rightarrow x > 5$$

Nella tabella dei segni per $x > 5$ devo mettere dei +

Osservate che siamo interessati a studiare il segno del polinomio $N(x) = x - 5$. Avrei potuto anche studiare dove $N(x) < 0$. In questo caso però starei individuando in quale intervallo il polinomio è negativo quindi dove nella tabella dei segni devo mettere dei meno. Il disegno finale nella tabella dei segni non cambia.

2) Pongo $D(x) > 0$. Voglio quindi studiare dove il polinomio è positivo.

$$1-x > 0 \rightarrow -x > -1 \rightarrow x < 1$$

Nella tabella dei segni per $x < 1$ devo mettere dei +

3) Riporto le informazioni sulla tabella dei segni e stabilisco il segno di tutta la frazione algebrica.

	1	5	
N			
D			
	-	+	-

Guardo cosa chiede l'esercizio $\frac{x-5}{1-x} < 0$. L'esercizio vuole sapere dove la frazione algebrica è negativa. Quindi la soluzione finale è
S: $x < 1 \cup x > 5$

Esempio n° 3

$$\frac{-5}{1-x} \leq 0$$

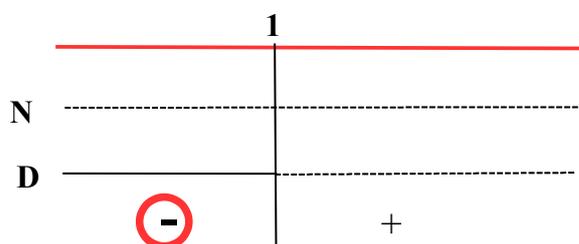
1) Il numeratore è uguale a -5 quindi il suo segno è sempre negativo .

2) Pongo $D(x) > 0$. Voglio quindi studiare dove il polinomio è positivo.

$$1 - x > 0 \rightarrow -x > -1 \rightarrow x < 1$$

Nella tabella dei segni per $x < 1$ devo mettere dei +

3) Riporto le informazioni sulla tabella dei segni e stabilisco il segno di tutta la frazione algebrica.



Guardo cosa chiede l'esercizio $\frac{-5}{1-x} < 0$. L'esercizio vuole sapere dove la frazione algebrica è

negativa. Quindi la soluzione finale è $S: x < 1$. Notate che il valore 1 è escluso. Non può essere una soluzione perchè annulla il denominatore.

Esempio n° 4

$$\frac{x^2-9}{x^2-1} \geq 0$$

Scompongo il numeratore e il denominatore.

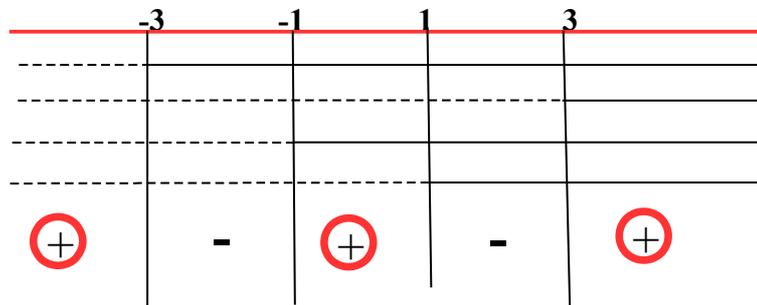
$$x^2 - 9 = (x+3) \cdot (x-3) \quad \text{e} \quad x^2 - 1 = (x+1) \cdot (x-1)$$

Devo quindi risolvere $\frac{(x+3) \cdot (x-3)}{(x+1) \cdot (x-1)} \geq 0$

Studio il segno di tutti e quattro i polinomi di primo grado e riporto il segno sulla tabella dei segni .

1. $x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$ Nella tabella dei segni per $x \geq -3$ devo mettere dei +
2. $x-3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3$ Nella tabella dei segni per $x \geq 3$ devo mettere dei +
3. $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$ Nella tabella dei segni per $x > -1$ devo mettere dei +
4. $x-1 > 0 \rightarrow x > 1$ Nella tabella dei segni per $x > 1$ devo mettere dei +

Riporto le informazioni sulla tabella dei segni e stabilisco il segno di tutta la frazione algebrica.



Guardo cosa chiede l'esercizio $\frac{x^2-9}{x^2-1} \geq 0$. L'esercizio vuole sapere dove la frazione algebrica è positiva. Quindi la soluzione finale è S: $x \leq -3 \cup -1 < x < 1 \cup x \geq 3$.

Notate che i valori 1 e -1 sono esclusi perchè annullano il denominatore. I valori 3 e -3 sono compresi perchè annullano il numeratore e rendono 0 tutta la frazione. Il valore 0 è accettabile perchè $0 \geq 0$.