EQUAZIONI FRATTE NUMERICHE

Sono le equazioni che contengono l'incognita anche al denominatore

$$\frac{4}{(x+1)}=\frac{3}{(x+2)}$$

Risoluzione delle equazioni fratte numeriche

1. **Si trovano le condizioni di esistenza (C.E.) delle frazioni algebriche che compaiono nell'equazione**

2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera: moltiplico i due membri dell'equazione per il minimo comune denominatore.**

4. **Si risolve l'equazione ottenuta.**

5. **Si controlla che le soluzioni trovate siano accettabili**

<u>Esempio 1</u>: Risolviamo l'equazione $2-\frac{1}{x}=0$

1. **Troviamo C.E.** $x\neq 0$
2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

   Il m.c.m è x quindi $\frac{2x-1}{x}=0$
3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera moltiplicando per il denominatore**

$$\cancel{x}\frac{2x-1}{\cancel{x}}=0$$

4. **Risolvo l'equazione intera ottenuta**

   $2x-1=0 \rightarrow 2x=1 \rightarrow x=\frac{1}{2}$
5. Una volta trovata la soluzione dobbiamo verificare che non sia stata esclusa al punto (1).

   Poiché la soluzione trovata non è uguale a **0**, essa rappresenta la **<u>soluzione della nostra equazione</u>**

<u>Esempio 2</u>: Risolviamo l'equazione $\frac{4}{(x+1)}=\frac{3}{(x+2)}$

1. **Troviamo C.E.** $(x+1)\neq 0$ e $(x+2)\neq 0$ $\rightarrow$ $x\neq -1$ e $x\neq -2$
2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

   Il m.c.m è $(x+1)(x+2)$ quindi $\frac{4(x+2)}{(x+1)(x+2)}=\frac{3(x+1)}{(x+1)(x+2)}$
3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera moltiplicando per il denominatore**

$$\cancel{(x+1)(x+2)}\frac{4(x+2)}{\cancel{(x+1)(x+2)}}=\frac{3(x+1)}{\cancel{(x+1)(x+2)}}\cancel{(x+1)(x+2)}$$

4. **Risolvo l'equazione intera ottenuta**

   $4(x+2)=3(x+1)$ $\rightarrow$ $4x+8=3x+3$ $\rightarrow$ $x+5=0$ $\rightarrow$ $x=-5$
5. Una volta trovata la soluzione dobbiamo verificare che non sia stata esclusa al punto (1).

   Poiché la soluzione trovata non è né **-1** né **-2**, essa rappresenta la **<u>soluzione della nostra equazione</u>**.

<u>Esempio 3</u>: Risolviamo l'equazione $\frac{3}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{1}{x(x+2)}$

1. **Troviamo C.E.** $x\neq 0$ e $(x+2)\neq 0$ $\rightarrow$ $x\neq 0$ e $x\neq -2$
2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

   Il m.c.m è $x(x+2)$ quindi

$$\frac{3(x+2)+x}{x(x+2)}=\frac{1}{x(x+2)} \rightarrow \frac{3x+6+x}{x(x+2)}=\frac{1}{x(x+2)} \rightarrow \frac{4x+6}{x(x+2)}=\frac{1}{x(x+2)}$$

3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera moltiplicando per il denominatore**

$$\cancel{x(x+2)}\frac{4x+6}{\cancel{x(x+2)}}=\frac{1}{\cancel{x(x+2)}}\cancel{x(x+2)}$$

4. **Risolvo l'equazione intera ottenuta**

   $4x+6=1$ $\rightarrow$ $4x=1-6$ $\rightarrow$ $4x=-5$ $\rightarrow$ $x=-\frac{5}{4}$
5. Una volta trovata la soluzione dobbiamo verificare che non sia stata esclusa al punto (1).

   Poiché la soluzione trovata non è né **0** né **-2**, essa rappresenta la **<u>soluzione della nostra equazione</u>**.

Esempio 4: Risolviamo l'equazione $\frac{x+1}{x-1}-\frac{3}{x+1}=\frac{x^2}{x^2-1}$

1. **Troviamo C.E.**

   $x+1\neq 0 \rightarrow x\neq -1$;

   $x-1\neq 0 \rightarrow x\neq 1$;

   $x^2-1\neq 0$ scompongo il polinomio $(x+1)(x-1)\neq 0$

   $$x+1\neq 0 \qquad (x+1)\neq 0$$

   $$x\neq -1 \qquad x\neq 1$$

2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

   Il m.c.m è $(x+1)(x-1)$ quindi

   $$\frac{(x+1)(x+1)-3(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \rightarrow \frac{x^2+2x+1-3x+3}{(x+1)(x-1)}=\frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera moltiplicando per il denominatore**

   $$\cancel{(x+1)(x-1)}\frac{x^2+2x+1-3x+3}{\cancel{(x+1)(x-1)}}=\frac{x^2}{\cancel{(x+1)(x-1)}}\cancel{(x+1)(x-1)}$$

4. **Risolvo l'equazione intera ottenuta**

   $\cancel{x^2}+2x+1-3x+3=\cancel{x^2} \rightarrow -x+4=0 \rightarrow -x=-4 \rightarrow x=4$

5. Una volta trovata la soluzione dobbiamo verificare che non sia stata esclusa al punto (1).

   Poiché la soluzione trovata non è né **1** né **-1**, essa rappresenta la **soluzione della nostra equazione**.

Esempio 5: Risolviamo l'equazione $\frac{2x+1}{x+1}=\frac{2}{x^2-1}+2$

1. **Troviamo le C.E.**

   $x+1\neq 0 \rightarrow x\neq -1$;

   $x^2-1\neq 0$ scompongo il polinomio $(x+1)(x-1)\neq 0$

   $$x+1\neq 0 \qquad (x+1)\neq 0$$

   $$x\neq -1 \qquad x\neq 1$$

2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

   Il m.c.m è $(x+1)(x-1)$ quindi

$$\frac{(2x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{2+2(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}$$

3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera moltiplicando per il denominatore**

$$\cancel{(x+1)(x-1)}\frac{(2x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}}=\frac{2+2(x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}}\cancel{(x+1)(x-1)}$$

4. **Risolvo l'equazione intera ottenuta**

$$\cancel{2x^2}-2x+x-1=2+\cancel{2x^2}-2 \quad\rightarrow\quad -x=1 \quad\rightarrow\quad x=-1$$

5. Una volta trovata la soluzione dobbiamo verificare che non sia stata esclusa al punto (1).

   La soluzione trovata va scartata perché il valore **-1** era stato escluso. L'equazione è quindi **impossibile**.

<u>**Esempio 6**</u>: Risolviamo l'equazione $\frac{-2}{x^2+2x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{x+2}$

1. **Troviamo le C.E.**

   $x+2\neq 0 \quad\rightarrow\quad x\neq -2$;

   $x\neq 0$

   $x^2+2x\neq 0$ scompongo il polinomio $x(x+2)\neq 0$

   $x\neq 0$ $\qquad$ $(x+2)\neq 0$

   $x\neq -2$

2. **Troviamo il m.c.m. dei denominatori e riconduciamo le frazioni allo stesso denominatore.**

   Il m.c.m è $(x+2)x$ quindi $\frac{-2+x+2}{x(x+2)}=\frac{x}{x(x+2)}$

3. **Ci si riconduce ad un'equazione intera moltiplicando per il denominatore**

$$\cancel{x(x+2)}\frac{-2+x+2}{\cancel{x(x+2)}}=\frac{x}{\cancel{x(x+2)}}\cancel{x(x+2)}$$

4. **Risolvo l'equazione intera ottenuta**

   $-2+x+2=x \quad\rightarrow\quad x-x=2-2 \quad\rightarrow\quad 0=0$

5. L'equazione ammette infinite soluzioni ad eccezione dei valori **0** e **-2**. L'equazione è **indeterminata**.