EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Un'equazione di secondo grado è riconducibile alla forma

$$a x^2 + b x + c = 0 \qquad \text{con} \quad a, b, c \in \mathbb{R} \ e \ a \neq 0$$

CLASSIFICAZIONE e RISOLUZIONE		
Nome	**Equazione**	**Soluzioni**
MONOMIA b=0 e c=0	$a x^2 = 0$	Due soluzioni coincidenti $x_1 = x_2 = 0$
PURA b=0 e c≠0	$a x^2 + c = 0$	**Si isola** $x^2 \rightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$ • **se** $-\frac{c}{a} > 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ • **se** $-\frac{c}{a} < 0 \rightarrow$ **non ha soluzioni reali**
SPURIA b≠0 e c=0	$a x^2 + b x = 0$	**Si raccoglie una** $x \rightarrow x(a x + b) = 0$ **Le soluzioni sono:** $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{b}{a}$
COMPLETA a≠0, b≠0 e c≠0	$a x^2 + b x + c = 0$	**Si usa la formula** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}$ Poniamo $\Delta = b^2 - 4 a c$ • $\Delta > 0 \rightarrow$ **Due soluzioni reali distinte** • $\Delta < 0 \rightarrow$ **Non esistono soluzioni reali** • $\Delta = 0 \rightarrow$ **Due soluzioni reali e coincidenti** $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

PROPRIETA'		
Siano x_1 , x_2 le soluzioni dell'equazione $a x^2 + b x + c = 0$ allora		
Relazione fra le soluzioni e coefficienti dell'equazione		Soluzioni dell'equazione e scomposizione del polinomio di secondo grado
$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	Il polinomio $a x^2 + b x + c$ si scompone in $a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

Esempio 1 $x^2+5x-6=0$ I coefficienti sono **a = 1** **b = 5** **c = - 6**

Calcolo il discriminante

$$\Delta=b^2-4ac=5^2-4(1)(-6)=25+24=49>0$$

$\Delta>0$ $\longrightarrow$ Ha due soluzioni reali distinte

Applichiamo la formula risolutiva $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4(1)(-6)}}{2(1)}=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-5\pm7}{2}$$

$$\frac{-5+7}{2}=1 \qquad \frac{-5-7}{2}=-6$$

Le soluzioni sono $x_1=1$ e $x_2=-6$

Esempio 2 $x^2+8x+16=0$ I coefficienti sono **a = 1** **b = 8** **c = 16**

Calcolo il discriminante

$$\Delta=b^2-4ac=8^2-4(1)(16)=64-64=0$$

$\Delta=0$ $\longrightarrow$ Ha due soluzioni reali coincidenti

Applichiamo la formula risolutiva $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4(1)(16)}}{2(1)}=\frac{-8\pm\sqrt{64-64}}{2}=\frac{-8\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{-8\pm0}{2}=-4$$

Le soluzioni sono $x_1=x_2=-4$.

Esempio 3 $x^2-x+1=0$ I coefficienti sono **a = 1** **b = -1** **c = 1**

Calcolo il discriminante

$$\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4(1)(1)=1-4=-3<0$$

$\Delta<0$ $\longrightarrow$ Non ha soluzioni reali L'equazione è impossibile.